UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

LOE – SEPTIEMBRE 2013

MATEMÁTICAS II

INDICACIONES AL ALUMNO

1. Debe escogerse una sola de las opciones.
2. Debe exponerse con claridad el planteamiento de la respuesta o el método utilizado para su resolución. Todas las respuestas deben ser razonadas.
3. Entre corchetes se indica la puntuación máxima de cada apartado.
4. **No se permite el uso de calculadoras gráficas ni programables. Tampoco está permitido el uso de dispositivos con acceso a Internet.**

OPCIÓN DE EXAMEN Nº 1

1. Considera las matrices $M=\begin{pmatrix}2a & b & 1\\ 3 & -2b & -2c\\ 5a & -2 & c\end{pmatrix}$ y $N=\begin{pmatrix}3c\\ a\\ -4b\end{pmatrix}$.

a) [2 PUNTOS] Determina los valores a, b y c para que se verifique la igualdad $M\cdot\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}=N$.

b) [1,25 PUNTOS] Estudia el carácter del sistema de ecuaciones lineales $M\cdot\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}=N$ cuando $a=0$, $b=-1$ y $c=2$.

2. Considera la función $f:\mathbf{R}\longrightarrow\mathbf{R}$ definida por $f(x)=1-\dfrac{3x}{x^2-4}$.

a) [1,25 PUNTOS] Determina el dominio de definición de la función f. Calcula los puntos de corte con los ejes y las asíntotas de f.

b) [1 PUNTO] Calcula los intervalos de crecimiento y decrecimiento de f.

c) [1,25 PUNTOS] Halla los puntos de inflexión de f. Esboza la gráfica de la función f.

3.

a) [1,75 PUNTOS] Dados los vectores $\vec{u}=(a,b,1)$, $\vec{v}=(-3,4,1)$ y $\vec{w}=(1,2,c)$, determina el valor de los parámetros $a,b,c\in\mathbf{R}$ de manera que los vectores $\vec{v}$ y $\vec{w}$ sean perpendiculares y además $\vec{u}\times\vec{w}=\vec{v}$, donde $\vec{u}\times\vec{w}$ denota el producto vectorial.

b) [1,5 PUNTOS] Sea r la recta que pasa por el punto $P=(1,-1,1)$ y tiene como vector director $\vec{v}_r=(1,2,-2)$. ¿Existe algún valor de k para el cuál la recta r está contenida en el plano $\pi\equiv 2x+3y+4z=k$? En caso afirmativo, calcula el valor de k.

OPCIÓN DE EXAMEN Nº 2

1. Las edades de Juan, su padre y su abuelo cumplen las siguientes condiciones: la suma de las edades de Juan, su padre y el doble de la del abuelo es 182 años; el doble de la edad de Juan más la del abuelo es 100 años, y la de su padre es k veces la de Juan.

   a) [1 PUNTO] Plantea un sistema de ecuaciones lineales cuya resolución permita hallar las edades de Juan, su padre y su abuelo.

   b) [1 PUNTO] Estudia para qué valores del parámetro k el sistema tiene solución. ¿Es posible que la edad del padre de Juan sea el triple que la de Juan?

   c) [1,25 PUNTOS] Calcula, si es posible, las edades de cada uno para $k = 2$ y $k = 4$.

2.

   Considera la función $f(x) = \begin{cases} \dfrac{sen(x^2)}{x} & si \quad x > 0 \\ x^2 - 2x + a & si \quad x \leq 0 \end{cases}$

   a) [1,5 PUNTOS] Calcula el valor de a para que la función f sea continua en todo $\mathbf{R}$.

   b) [1 PUNTO] Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función f en el punto de abscisa $x = -1$.

   c) [1 PUNTO] Calcula el área de la región limitada por la gráfica de la función f, el eje de abscisas ($\mathrm{y} = 0$) y las rectas verticales $\mathrm{x} = -1$ y $\mathrm{x} = 0$.

3. Considera las rectas $r_1 \equiv \begin{cases} x - mz &= 1 \\ 2x + y &= 2 \end{cases}$ y $r_2 \equiv \begin{cases} \mathrm{x} &= 1 - s \\ \mathrm{y} &= 1 + 2s \\ \mathrm{z} &= -s \end{cases}$ $(s \in \mathbf{R})$

   a) [1 PUNTO] Determina el valor del parámetro m para que las rectas r_1 y r_2 sean paralelas.

   b) [1,25 PUNTOS] Calcula la distancia del punto $P = (1,1,1)$ a la recta r_2.

   c) [1 PUNTO] Halla la ecuación general del plano π que es perpendicular a la recta r_2 y pasa por el punto $Q = (1,0,-3)$.